

Forma i zakres tematyczny egzaminu wstępnego na kierunek Sztuczna inteligencja na rok akad. 2025/26

Forma egzaminu

- test wielokrotnego wyboru
- czas trwania 3h

Szczegółowe zagadnienia w każdym z obszarów

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

1. **Przestrzeń probabilistyczna:** przestrzeń zdarzeń elementarnych, schemat klasyczny, prawdopodobieństwo geometryczne, miara jednostajna.
2. **Prawdopodobieństwo warunkowe i niezależność:** prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, niezależność zdarzeń i zmiennych losowych.
3. **Dyskretne zmienne losowe:** definicja, funkcja prawdopodobieństwa, wartość oczekiwana, wariancja, kowariancja, korelacja, podstawowe rozkłady – dwupunktowy, dwumianowy, Poissona, geometryczny.
4. **Ciągłe zmienne losowe:** funkcja gęstości, rozkład wykładniczy, rozkład normalny.
5. **Parametry rozkładu i momenty:** wartość oczekiwana, wariancja, momenty wyższego rzędu, funkcja tworząca momenty, sploty zmiennych losowych.
6. **Twierdzenia graniczne:** centralne twierdzenie graniczne, twierdzenie de Moivre'a–Laplace'a.
7. **Prawa wielkich liczb i nierówności:** nierówność Markowa, Czebyszewa, Chernoffa.
8. **Statystyka opisowa:** typy danych i skale pomiarowe, prezentacja danych (histogramy, wykresy), miary położenia i rozrzutu (średnia, mediana, kwartyle, odchylenie standardowe).
9. **Estymacja:** próbka losowa, statystyka i estymator, estymacja punktowa i przedziałowa, metoda największej wiarygodności, właściwości estymatorów (nieobciążoność, efektywność, zgodność).
10. **Testowanie hipotez statystycznych:** hipoteza zerowa i alternatywna, poziom istotności, wartość p (p-value), błędy I i II rodzaju, testy dla średniej i wariancji (dla rozkładu normalnego).
11. **Regresja liniowa:** model regresji, założenia modelu, metoda najmniejszych kwadratów, interpretacja współczynników, analiza reszt.

Algebra Liniowa

1. Liczby zespolone, postać trygonometryczna, wzór de Moivre'a, pierwiastki z jedności, pierwiastki z liczby zespolonej

2. Przestrzenie liniowe nad $\mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$. Podprzestrzeń liniowa. Liniowa niezależność wektorów. Baza i wymiar przestrzeni liniowej.
3. Przekształcenia liniowe. Macierz przekształcenia w bazie. Składanie przekształceń a mnożenie macierzy. Jądro i obraz przekształcenia liniowego.
4. Macierze i działania na nich. Wyznacznik macierzy. Macierz odwrotna
5. Rząd macierzy. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą Gaussa i metodą Cramera.
6. Wartości własne, wektory własne, przestrzenie własne. Diagonalizacja macierzy/przekształcenia liniowego. Macierz przejścia. Twierdzenie Jordana (bez dowodu) i jego zastosowania.
7. Przestrzenie euklidesowe. Iloczyn skalarny, pojęcie kąta. Baza ortogonalna/ortonormalna. Ortogonalizacja Grama-Schmidta.
8. Forma dwuliniowa i forma kwadratowa. Diagonalizacja formy kwadratowej. Dodatnia/ujemna określoność. Kryterium Sylwestera.
9. Twierdzenie spektralne i jego zastosowania.

Matematyka dyskretna

1. Asymptotyka: notacja O , Ω , Θ , o , ω , $\sim$
2. Indukcja matematyczna
3. Rozwiązywanie zależności rekurencyjnych
4. Elementarna teoria liczb: podzielność, liczby pierwsze, funkcja Eulera, rozkład na czynniki pierwsze, NWD, NWW, algorytm Euklidesa
5. Arytmetyka modularna: małe twierdzenie Fermata, twierdzenie Eulera, chińskie twierdzenie o resztach, rozwiązywanie równań modularnych
6. Zasada szufladkowa Dirichleta
7. Współczynniki dwumianowe, kombinacje, permutacje
8. Działanie grupy na zbiorze; stabilizator, orbita i punkt stały przekształcenia, lemat Burnside'a
9. Funkcje tworzące, wykładnicze funkcje tworzące i ich zastosowania
10. Grafy: drzewa, grafy dwudzielne, grafy planarne, ścieżki, cykle, cykle Eulera i Hamiltona, spójne składowe, stopień wierzchołka i grafu
11. Cięcia grafu, skojarzenia, twierdzenie Halla, kolorowanie grafów

Analiza matematyczna

1. Ciągi liczbowe i ich własności – monotoniczność, ograniczoność, zbieżność, granica niewłaściwa, warunek Cauchy'ego, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.
2. Szeregi liczbowe – pojęcie szeregu i jego sumy, zbieżność i zbieżność bezwzględna, kryteria zbieżności szeregów.
3. Funkcje jednej zmiennej rzeczywistej – przykłady i podstawowe własności, ciągłość, twierdzenie Weierstrassa o osiągnięciu kresów, własność Darboux, jednostajna ciągłość funkcji. Granica funkcji i asymptoty.
4. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej rzeczywistej – pochodna i jej podstawowe własności, różniczkowanie funkcji elementarnych. Twierdzenie Rolle'a i twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej. Zastosowania pochodnej funkcji – zadania optymalizacyjne, wyznaczanie najmniejszej i największej wartości funkcji na

przedziale domkniętym, reguła de l'Hospitala. Pochodne wyższych rzędów, wypukłość funkcji, warunki na ekstrema. Wzór Taylora.

5. Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej rzeczywistej – całka nieoznaczona i oznaczona, całkowanie przez części i przez podstawianie, całkowanie funkcji wymiernych, sprowadzanie całek do całek funkcji wymiernych. Całka Riemanna. Zastosowania całek oznaczonych – obliczanie granic ciągów, pól figur płaskich, długości krzywych płaskich, pól powierzchni obrotowych, objętości brył obrotowych, środków ciężkości. Całki niewłaściwe – obliczanie, kryteria zbieżności.
6. Szeregi potęgowe, promień i przedział zbieżności. Szereg Taylora. Zbieżność jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych.
7. Funkcje dwóch (trzech) zmiennych – granica, ciągłość, pochodne cząstkowe, gradient. Wektor styczny do krzywej. Płaszczyzna styczna do powierzchni wykresu funkcji. Zastosowania do obliczeń przybliżonych. Ekstrema funkcji dwóch (trzech) zmiennych, ekstrema warunkowe (tw. Weierstrassa o osiągnięciu kresów). Całki podwójne (potrójne) – zamiana zmiennych w całce podwójnej, współrzędne biegunowe, zastosowania.

Algorytmy i struktury danych

1. Elementy analizy algorytmów: poprawność, własność stopu, złożoność czasowa i pamięciowa, miary złożoności; notacja asymptotyczna.
2. Podstawowe struktury danych: stosy, kolejki, kolejki priorytetowe, drzewa przeszukiwań binarnych i ich uogólnienia, kopce.
3. Techniki algorytmiczne: metoda nawrotów, metoda dziel i zwyciężaj, programowanie dynamiczne, algorytmy zachłanne.
4. Wyszukiwanie i słowniki
5. Sortowanie
6. Selekcja
7. Algorytmy grafowe
8. Wyszukiwanie wzorca w tekstach

Python

1. Podstawowe konstrukcje Pythona (przeływ sterowania, instrukcje, funkcje)
2. Podstawowe typy danych: float, int, bool, string oraz operacje na nich
3. Kontenery: list, krotki, zbiory, słowniki, mechanizm list comprehension
4. Podstawy programowania obiektowego (klasy, obiekty, dziedziczenie)
5. Podstawy biblioteki numpy: wektory, macierze, tablice wielowymiarowe, wycinki, broadcasting, sposoby indeksowania, kształty tablic i ich zmiana, łączenie tablic, itp
6. Zmienne i niezmiennicze typy danych, semantyka podstawienia, praca z wycinkami, kopiowanie struktur
7. Metaprogramowanie i mechanizm refleksji

Metody numeryczne

1. Arytmetyka zmiennopozycyjna, utrata cyfr znaczących, uwarunkowanie zadania, algorytmy numerycznie poprawne.

2. Iteracyjne rozwiązywanie równania nieliniowych z jedną niewiadomą (metody bisekcji, Newtona i siecznych, rząd zbieżności metody iteracyjnej).
3. Interpolacja wielomianowa (postaci Lagrange'a i Newtona wielomianu interpolacyjnego, ilorazy różnicowe, błąd interpolacji, wielomiany i węzły Czebyszewa).
4. Dyskretna aproksymacja średniokwadratowa z użyciem wielomianów ortogonalnych.
5. Całkowanie numeryczne za pomocą kwadratur liniowych (kwadratury Newtona-Cotesa, złożone wzory trapezów i Simpsona, metoda Romberga, kwadratury Gaussa-Legendre'a).
6. Rozkład LU macierzy i jego zastosowania (obliczanie wyznaczników i odwrotności macierzy, rozwiązywanie układów równań liniowych metodą faktoryzacji), numeryczna eliminacja Gaussa z wyborem elementów głównych.