

## SZTUCZNA INTELIGENCJA

### EGZAMIN WSTĘPNY

17 września 2025

- Egzamin składa się z 25 zadań. W każdym zadaniu podano cztery stwierdzenia, których prawdziwość należy określić wpisując krzyżyk w pustej kratce przy właściwej odpowiedzi P (prawda) albo F (fałsz). Jeśli się pomylisz, napisz ostateczną odpowiedź (P albo F) na lewym marginesie obok właściwego podpunktu. Odpowiedź musi być jednoznaczna.
- Punktacja: Maksymalna liczba punktów do zdobycia wynosi 100. W zależności od liczby poprawnie zaznaczonych podpunktów w każdym zadaniu można otrzymać od 0 do 4 punktów: cztery poprawne odpowiedzi – 4 punkty; trzy poprawne odpowiedzi – 2,5 punktu; dwie poprawne odpowiedzi – 1,5 punktu; jedna poprawna odpowiedź – 0,5 punktu; brak poprawnych odpowiedzi – 0 punktów.
- Nie można używać kalkulatora, telefonu ani innych urządzeń elektronicznych.
- Nie można korzystać z żadnych materiałów pomocniczych ani z własnych kartek brudnopisu.
- Po rozpoczęciu egzaminu należy **podpisać wszystkie kartki z zadaniami własnym imieniem i nazwiskiem**. Kartki niepodpisane nie będą oceniane.
- Na zakończenie egzaminu należy oddać wszystkie kartki z zadaniami. Nie należy oddawać brudnopisów.

---

## Algebra liniowa

1. Rozważmy liczbę zespoloną  $z = \frac{4i}{\sqrt{3} + i}$ . Wtedy:

P ☐ F ☒  $\left(\frac{z}{2}\right)^{40} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

P ☒ F ☐  $(\operatorname{Re}(z \cdot \bar{z}))^9 > 1000$

P ☐ F ☒ Jeżeli  $\left(\frac{z}{2}\right)^n = 1$  dla pewnego  $n \in \mathbb{N}$ , to liczba  $n$  jest podzielna przez 12.

P ☒ F ☐ Istnieją przynajmniej dwa pierwiastki piątego stopnia z liczby  $z$ , których argumenty należą do przedziału  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

2. Oceń prawdziwość poniższych zdań.

P ☒ F ☐ Zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y = 3y - 4z\}$  jest podprzestrzenią liniową przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^3$ .

P ☒ F ☐ Zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y = 3y - 4z = 0\}$  jest podprzestrzenią liniową przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^3$ .

P ☐ F ☒ Zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2\}$  jest podprzestrzenią liniową przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^3$ .

P ☒ F ☐ Zbiór  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 0\}$  jest podprzestrzenią liniową przestrzeni liniowej  $\mathbb{R}^3$ .

3. Niech  $\mathbb{R}_2[x]$  oznacza rzeczywistą przestrzeń liniową (tzn. nad ciałem  $\mathbb{R}$ ) wielomianów jednej zmiennej o współczynnikach rzeczywistych stopnia co najwyżej 2. Rozważmy dwa przekształcenia liniowe  $F, G : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  zadane wzorami  $F(P)(x) = P(2x - 1) - P(0)$  oraz  $G(P)(x) = P'(x) \cdot (2x - 1)$  (gdzie  $P'$  oznacza pochodną funkcji  $P$ ). Symbole  $\ker(F)$  i  $\operatorname{Im}(F)$  oznaczają odpowiednio jądro i obraz przekształcenia  $F$ . Wtedy:

P ☒ F ☐  $\ker(F) = \ker(G)$

P ☒ F ☐ Baza przestrzeni  $\operatorname{Im}(G)$  to  $(4x^2 - 2x, 2x - 1)$ .

P ☒ F ☐ Baza przestrzeni  $\operatorname{Im}(F)$  to  $(4x^2 - 1, 2x - 1)$ .

P ☐ F ☒  $\dim \ker(F) = 0$

4. Rozważmy macierz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Wtedy:

P ☒ F ☐ Macierz  $A$  ma przynajmniej dwie różne rzeczywiste wartości własne.

P ☒ F ☐ Wektor  $(2, 2, 1)^T$  jest wektorem własnym macierzy  $A$ .

P ☒ F ☐ Istnieją dwa liniowo niezależne wektory własne dla tej samej wartości własnej macierzy  $A$ .

P ☐ F ☒ Macierz  $A$  nie jest diagonalizowalna.

### Analiza matematyczna

5. Oceń prawdziwość poniższych zdań.

P ☒ F ☐ Ciąg  $a_n = \frac{n!}{n^n}$  jest zbieżny do zera.

P ☐ F ☒ Ciąg  $a_n = \frac{2^n}{n^2}$  jest zbieżny do zera.

P ☐ F ☒ Ciąg  $a_n = \frac{n!}{2^n}$  jest zbieżny do zera.

P ☒ F ☐ Ciąg  $a_n = \frac{n^2}{n!}$  jest zbieżny do zera.

6. Rozważmy szereg

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ap - 2)^n}{n^k}$$

dla pewnych  $a, k, p \in \mathbb{R}$ . Wtedy:

P ☒ F ☐ Jeśli  $a = 9, k = 2$ , to szereg  $S$  jest zbieżny dokładnie wtedy, gdy  $p \in \left[\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right]$ .

P ☐ F ☒ Jeśli  $a = 5, k = \frac{1}{2}$ , to szereg  $S$  jest zbieżny dokładnie wtedy, gdy  $p \in \left(\frac{1}{5}, \frac{3}{5}\right)$ .

P ☒ F ☐ Jeśli  $a = 3, k = 0$ , to szereg  $S$  jest zbieżny dokładnie wtedy, gdy  $p \in \left(\frac{1}{3}, 1\right)$ .

P ☒ F ☐ Jeśli  $a = 7, k = 1$ , to szereg  $S$  jest zbieżny dokładnie wtedy, gdy  $p \in \left[\frac{1}{7}, \frac{3}{7}\right)$ .

- 
7. Niech  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  będzie funkcją różniczkowalną na całej prostej i taką, że  $f(0) = 0$  oraz dla każdego  $x \in \mathbb{R}$  spełniony jest warunek  $2 \leq f'(x) \leq 3$ . Z powyższych założeń wynika, że:

P ☒ F ☐  $f(5) \neq 16$

P ☒ F ☐  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

P ☐ F ☒  $f(3) \neq f(1) + 4$

P ☐ F ☒  $f(4) > 13$

8. Niech  $\mathcal{F}$  będzie rodziną wszystkich funkcji  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , które są ciągłe, wypukłe i spełniają warunki  $f(0) = 0$  oraz  $f(1) = 1$ . Dla funkcji  $f \in \mathcal{F}$  przyjmujemy oznaczenie

$$I_f = \int_0^1 f(x) dx.$$

Wtedy:

P ☒ F ☐ Dla każdej funkcji  $f \in \mathcal{F}$  zachodzi warunek  $I_f \leq \frac{1}{2}$ .

P ☐ F ☒ Dla każdej funkcji  $f \in \mathcal{F}$  zachodzi warunek  $I_f \geq 0$ .

P ☒ F ☐ Istnieje funkcja  $f \in \mathcal{F}$ , dla której zachodzi warunek  $I_f = \frac{\pi}{12}$ .

P ☒ F ☐ Jeżeli  $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{4}\right)$ , to  $I_f = \frac{\ln 4}{\pi}$ .

---

## Matematyka dyskretna

9. Oceń prawdziwość poniższych zdań.

P ☐ F ☒  $\frac{2^n + 3n^2 + 5}{3 + 2/n} = \Theta\left(\frac{2^n + n^2}{1/n}\right)$

P ☒ F ☐  $\log n^n = O(\log n!)$

P ☒ F ☐  $(n+2)\sqrt{n+3} = \omega(n \log^2 n)$

P ☐ F ☒  $2^{3 \log_2 n} = O(n)$

10. Rozważmy grupę  $G$  obrotów (bez symetrii) sześcianu. Niech  $x$  będzie rogiem sześcianu. Wynika stąd, że:

P ☐ F ☒ Orbita  $x$  ma rozmiar 6.

P ☒ F ☐ Stabilizator  $x$  ma rozmiar 3.

P ☐ F ☒ Grupa  $G$  ma rozmiar 36.

P ☒ F ☐ Jest tylko jedna orbita.

11. Niech  $F_i$  oznacza  $i$ -ty element ciągu Fibonacciego (z wyrazami początkowymi  $F_0 = 0$  i  $F_1 = 1$ ). Niech  $n, k$  będą dowolnymi liczbami naturalnymi. Oceń prawdziwość poniższych zdań.

P ☒ F ☐  $F_{n+1} = \sum_{i=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \binom{n-i}{i}$

P ☐ F ☒  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} F_{i+k} = F_{n+k}$

P ☒ F ☐  $\sum_{i=1}^n i \binom{n}{i} = n2^{n-1}$

P ☐ F ☒  $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n}{k-1}$  dla  $0 < k < n$

12. Niech  $a_{n+2} = a_{n+1} + 2a_n$  dla  $n \geq 0$  oraz  $a_0 = 1$  i  $a_1 = 3$ . Wtedy:

P ☐ F ☒  $a_{100} < 2^{100}$

P ☐ F ☒  $a_{110} < 2^{60}$

P ☐ F ☒  $a_{90} < \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{90}$

P ☐ F ☒  $a_{88} < 3^{44}$

---

## Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

13. Niech  $X$  i  $Y$  będą niezależnymi ciągłymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie, dla których  $\mathbb{E}X = \mathbb{E}Y = 5$ ,  $\mathbb{V}\text{ar}(X) = \mathbb{V}\text{ar}(Y) = 2$ . Wynika stąd, że:

P ☒ F ☐  $\mathbb{E}(XY) = 25$

P ☐ F ☒  $\mathbb{V}\text{ar}(X - Y) = 2$

P ☒ F ☐  $\mathbb{P}(X \geq Y) = \frac{1}{2}$

P ☒ F ☐  $\mathbb{P}(|X - 5| \geq 10) \leq \frac{1}{5}$

14. Niech  $X_1, X_2, \dots, X_n$  będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym ciągłym rozkładzie na  $(0, \infty)$ , którego gęstość  $f$  jest dodatnia dla każdego  $x > 0$  i którego dystrybuanta  $F$  spełnia warunek:

$$\mathbb{P}(X_1 > x) = 1 - F(x) = e^{-2x} \quad \text{dla każdego } x > 0.$$

Wynika stąd, że:

P ☒ F ☐  $\mathbb{P}(\min(X_1, \dots, X_n) > x) = e^{-2nx}$  dla każdego  $x > 0$ .

P ☐ F ☒  $\mathbb{P}(\max(X_1, \dots, X_n) > x) = e^{-2nx}$  dla każdego  $x > 0$ .

P ☐ F ☒ Funkcja  $h(t) := \frac{f(t)}{1 - F(t)}$  spełnia warunek  $h(t) < 2$  dla pewnego  $t > 0$ .

P ☒ F ☐ Gęstość rozkładu zmiennej  $\min(X_1, \dots, X_n)$  jest postaci  $f_{\min}(x) = 2ne^{-2nx}$  dla  $x > 0$ .

15. W urnie znajduje się 40 kul: po 10 czerwonych, niebieskich, zielonych i żółtych. Losujemy 10 kul bez zwracania. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

P ☐ F ☒ Prawdopodobieństwo tego, że wszystkie dziesięć kul będzie jednego koloru, wynosi  $\frac{1}{\binom{40}{10}}$ .

P ☒ F ☐ Prawdopodobieństwo tego, że wśród wylosowanych kul występują kule co najwyżej dwóch kolorów, wynosi:

$$\frac{4 + 6 \cdot \sum_{k=1}^9 \binom{10}{k} \cdot \binom{10}{10-k}}{\binom{40}{10}}.$$

P ☐ F ☒ Prawdopodobieństwo tego, że wśród wylosowanych kul pojawią się wszystkie cztery kolory, wynosi dokładnie  $\frac{\binom{10}{1}^4}{\binom{40}{10}}$ .

P ☐ F ☒ Prawdopodobieństwo tego, że liczba wylosowanych czerwonych kul będzie parzysta, wynosi 0,25.

16. Niech  $X_1, \dots, X_n$  będą niezależnymi zmiennymi losowymi o wspólnej gęstości:

$$f(x) = \frac{x}{\theta^2} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), \quad x > 0,$$

gdzie  $\theta > 0$  jest parametrem. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

P ☒ F ☐ Estymator największej wiarygodności parametru  $\theta$  ma postać

$$\hat{\theta}_{\text{MLE}} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

P ☒ F ☐ Jeśli  $n = 5$  i  $X_1 + \dots + X_5 = 10$ , to estymator największej wiarygodności wynosi  $\hat{\theta}_{\text{MLE}} = 1$ .

P ☐ F ☒ Funkcja  $f$  jest gęstością rozkładu wykładniczego.

P ☒ F ☐ Dla ustalonego  $\theta$  zachodzi  $\mathbb{E}(X_i) > \theta$ .

## Algorytmy i struktury danych

17. W klasycznym algorytmie wyznaczania najdłuższego wspólnego podciągu dwóch ciągów  $X[1..m]$  i  $Y[1..n]$  o długościach odpowiednio  $m$  i  $n$  wyznaczone są wartości  $C[i, j]$  dla wszystkich  $1 \leq i \leq m$  i  $1 \leq j \leq n$  oznaczające długość najdłuższego wspólnego podciągu ciągów  $X[1..i]$  i  $Y[1..j]$ . Przyjmuje się ponadto, że  $C[i, j] = 0$  gdy  $i = 0$  lub  $j = 0$  co odpowiada interpretacji, że  $X[1..0]$  oraz  $Y[1..0]$  to ciąg pusty. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

P ☐ F ☒ Dla  $i, j \geq 1$  oraz  $X[i] \neq Y[j]$  zachodzi tożsamość  $C[i, j] = 1 + C[i - 1, j - 1]$ .

P ☐ F ☒ Wyznaczenie  $C[i, j]$  przy znanych wartościach  $C[i', j']$  dla wszystkich par  $(i', j')$  takich, że  $i' < i$  lub  $j' < j$  wymaga czasu  $\Theta(i + j)$ .

P ☒ F ☐ Dla  $i, j \geq 1$  oraz  $X[i] = Y[j]$  zachodzi nierówność

$$C[i, j] \leq 1 + \max_{k \in \{1, 2, \dots, \min(i, j)\}} C[i - k, j - k].$$

P ☒ F ☐ Niech  $D[i, j]$  oznacza długość najkrótszego ciągu, którego podciągami są  $X[1..i]$  i  $Y[1..j]$ . Wówczas  $D[i, j] = i + j - C[i, j]$ .

18. Rozważmy poniższy algorytm:

---

**Algorithm 1** Nested( $A, n, a, b$ )

---

```
1:  $i \leftarrow 1$ 
2: while  $i \leq n$  do
3:    $j \leftarrow 1$ 
4:   while  $j \leq n$  do
5:      $k \leftarrow a \cdot j + b$ 
6:     if  $k \leq n$  and  $A[j] > A[k]$  then zamień( $A[j], A[k]$ )
7:      $j \leftarrow k$ 
8:    $i \leftarrow i + 1$ 
```

---

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

- P ☒ F ☐ Czas działania Nested( $A, n, 1, 1$ ) jest  $O(n^2)$  i w wyniku uruchomienia algorytmu zawartość  $A[1, n]$  zostanie posortowana niemalejąco.
- P ☐ F ☒ Czas działania Nested( $A, n, 1, 1$ ) jest  $O(n \log n)$  i w wyniku uruchomienia algorytmu w  $A[1]$  znajduje się najmniejszy element spośród  $A[1], \dots, A[n]$ .
- P ☐ F ☒ Czas działania Nested( $A, n, 2, 0$ ) jest  $O(n^2)$  i w wyniku uruchomienia algorytmu zawartość  $A[1, n]$  zostanie posortowana niemalejąco.
- P ☒ F ☐ Czas działania Nested( $A, n, 2, 0$ ) jest  $O(n \log n)$  i w wyniku uruchomienia algorytmu dla każdego  $0 < j < \log n$  spełniony jest warunek  $A[1] \leq A[2^j]$ .

19. Algorytm Borůvky znajduje minimalny podgraf rozpinający w grafie ważonym tworząc przyrostowo las drzew  $F$ , początkowo składający się z jednowierzchołkowych drzew odpowiadających wszystkim wierzchołkom grafu. Algorytm działa w fazach. W każdej fazie dla każdego drzewa  $T$  tworzonego lasu  $F$  dodawana jest krawędź o najmniejszej wadze spośród krawędzi, których dokładnie jeden koniec należy do  $T$ . Algorytm kończy działanie po uzyskaniu jednego drzewa zawierającego wszystkie wierzchołki grafu. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

- P ☒ F ☐ Liczba faz algorytmu jest  $O(\log n)$ , gdzie  $n$  jest liczbą wierzchołków grafu.
- P ☐ F ☒ Liczba faz algorytmu jest zawsze  $\Omega(\log \log n)$ , gdzie  $n$  jest liczbą wierzchołków grafu.
- P ☒ F ☐ Algorytm Borůvky może działać niepoprawnie (zwrócić podgraf rozpinający graf wejściowy, którego waga nie jest najmniejsza) dla grafów z ujemnymi wagami krawędzi.
- P ☐ F ☒ Rozważmy modyfikację algorytmu Borůvky, w której w każdej fazie dodajemy tylko jedną krawędź: krawędź o najmniejszej wadze, której końce należą do różnych drzew lasu  $F$ . Po takiej modyfikacji algorytm **nie** będzie znajdował najmniejszego drzewa rozpinającego wejściowego grafu.

20. Przyjmijmy, że wysokość ukorzonego drzewa jest równa maksymalnej liczbie wierzchołków na ścieżce od korzenia do liścia w tym drzewie, a wysokość drzewa pustego jest równa 0. Przez rozmiar drzewa rozumiemy liczbę węzłów w tym drzewie. Drzewem AVL jest każde drzewo binarnych poszukiwań  $T$ , w którym dla każdego wierzchołka  $v \in T$  zachodzi własność: wysokość poddrzewa drzewa  $T$  zakorzonego w lewym dziecku  $v$  i wysokość poddrzewa drzewa  $T$  zakorzonego w prawym dziecku  $v$  różnią się o co najwyżej 1. Niech  $\max(h)$  i  $\min(h)$  oznaczają odpowiednio największy i najmniejszy rozmiar drzewa AVL o wysokości  $h$ . Wówczas w szczególności zachodzi  $\min(0) = \max(0) = 0$  oraz  $\min(1) = \max(1) = 1$ . Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

P ☒ F ☐ Dla  $h > 1$  zachodzą zależności:  
 $\max(h) \geq 2 \max(h-1) + 1$  oraz  $\min(h) \leq 2 \min(h-1) + 1$ .

P ☒ F ☐ Dla  $h > 1$  zachodzą zależności:  
 $\max(h) = 2 \max(h-1) + 1$  oraz  $\min(h) = \min(h-1) + \min(h-2) + 1$ .

P ☐ F ☒ Funkcja  $\min$  spełnia zależność  $\min(h) = \Theta(2^h)$ .

P ☒ F ☐ Funkcja  $\max$  spełnia zależność  $\max(h) = \Theta(2^h)$ .

---

## Metody numeryczne

21. Rozważmy ciągłą i różniczkowalną funkcję  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , która posiada dokładnie jeden pierwiastek  $x^*$  (tzn.  $f(x^*) = 0$ ) taki, że  $f'(x^*) \neq 0$ . Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących metody Newtona (zwanej także metodą Newtona–Raphsona lub metodą stycznych) oraz metody siecznych, zastosowanych w celu znalezienia pierwiastka  $x^*$ .

P ☐ F ☒ Metoda Newtona zawsze zbiega do pierwiastka, niezależnie od wyboru punktu początkowego.

P ☒ F ☐ Metoda siecznych nie wymaga obliczania jawnej pochodnej.

P ☐ F ☒ Metoda Newtona ma zawsze zbieżność liniową.

P ☐ F ☒ Metoda siecznych jest zbieżna szybciej niż metoda Newtona, jeśli punkt początkowy jest dostatecznie blisko miejsca zerowego.

---

---

## Programowanie w języku Python

22. Rozważmy poniższy program:

```
import random

fun = random.choice([set, dict, list]) #[*]
M = 10_000_000
L = fun(range(M))
new = []

for i in range(1000):
    x = random.randint(1,M-2)
    if x in L:
        new.append(1)

print (sum(new))
```

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących działania tego programu.

- P ☒ F ☐ Program czasami wypisuje wartość całkowitą, a czasami kończy swoje działanie nieprzechwyconym wyjątkiem.
- P ☒ F ☐ Na przeciętnym komputerze program czasem działa ułamek sekundy, a czasem długie sekundy.
- P ☒ F ☐ Da się usunąć jeden element z listy w wierszu oznaczonym #[\*], by program zawsze kończył swoje działanie bez zgłaszania wyjątków.
- P ☐ F ☒ Jeżeli nie pojawi się wyjątek, to program wypisuje liczbę 999 lub mniejszą.

23. Rozważmy poniższy program:

```
import numpy as np

N = 4
A = N * [[0] * N]
A = np.array(A)
A[0][0] = 13
print (A.sum())

B = N * [[0] * N]
B[0][0] = 13
B = np.array(B)
print (B.sum())
```

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dotyczących działania tego programu.

- P ☒ F ☐ Pierwszą wypisaną wartością będzie liczba 13.
- P ☐ F ☒ Program wypisze dwie równe sobie wartości.
- P ☐ F ☒ Zamiana instrukcji `A[0][0] = 13` na `A[0,0] = 13` oraz `B[0][0] = 13` na `B[0,0] = 13` nie zmieni wyniku wypisywanego przez program.
- P ☒ F ☐ Struktura, do której odnosi się zmienna `A`, przed wykonaniem instrukcji `A = np.array(A)` zajmuje  $O(N)$  pamięci, a po wykonaniu tej instrukcji zajmuje  $O(N^2)$  pamięci.

24. Zakładamy, że dwie funkcje są równoważne, jeżeli albo obie się nie kompilują, albo obie się kompilują i ponadto dla każdego argumentu zwracają równe wartości (tzn. takie, dla których wyrażenie `v1 == v2` ma wartość `True`) lub rzucają ten sam wyjątek. Funkcje `f1`, `f2`, `f3` jako argument biorą listę liczb całkowitych. Funkcje `f4`, `f4b` jako argument biorą **listę list** liczb całkowitych. Rozważmy poniższe definicje:

```
import numpy as np

def f1(L):
    return [1 for x in L if x % 2 == 0].count(1) + len(L)

def f2(L):
    A = np.array(L)
    A[(A % 2) <= 0] = 2 # [1]
    A[(A % 2) > 0] = 0 # [2]
    A = A // 2 + 1
    return A.sum()

def f3(L):
    res = 0
    for i in range(len(L)):
        res += 1 if L[i] % 2 == 0 else 0
        res += 1
    return res

def f4(L):
    return {e for x in L for e in x}

def f4b(L):
    return {e for e in x for x in L}
```

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń.

- P ☒ F ☐ Funkcje `f1` i `f2` są równoważne i obie zwracają liczbę liczb parzystych na liście powiększoną o długość listy.
- P ☒ F ☐ Funkcje `f1` i `f3` są równoważne.
- P ☐ F ☒ Funkcje `f2` i `f2b`, w której zamieniliśmy miejscami instrukcje zaznaczone `# [1]` i `# [2]`, są równoważne.
- P ☐ F ☒ Funkcje `f4` oraz `f4b` są równoważne.

---

25. Rozważmy poniższy program:

```
def f(s):
    res = []
    for i in range(len(s)):
        a = s[i]
        if a in s[i+1:]:
            res.append(a.upper()) # "ala8".upper() == "ALA8"
    if not res:
        res = list(s.lower())
    return "".join(res)

# Jeżeli jakaś z poniższych instrukcji powoduje wyjątek
# wówczas nie bierzemy jej pod uwagę (czyli zakładamy
# że zostaje usunięta z kodu)

s = "lokomotywa"
L = 2 * [0,1]
L += [2*[]]
L.append(s[2:4]+s[6:8])
L.append( len(L) >= 5 or L[99] == 9)
L.append( f("ABC"))
L.append( f("abcabcde") )
```

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń dla wartości listy L po zakończeniu działania powyższego fragmentu programu (lub po jego modyfikacji, jeżeli zajdzie sytuacja opisana w komentarzu).

- P ☒ F ☐ Wyrażenie "koty" in L ma wartość True.
- P ☒ F ☐ Lista L ma długość 9.
- P ☒ F ☐ Lista L zawiera jakąś listę jako swój element.
- P ☒ F ☐ Wyrażenie "ca" in (L[-2] + L[-1].lower()) ma wartość True.